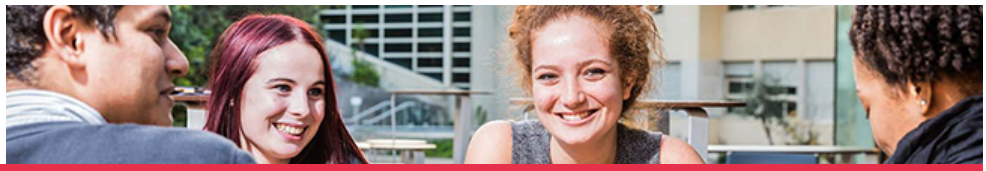

Processus stochastiques

Composante
Faculté des Sciences

Présentation

Description

La première partie de ce cours concerne des compléments de théorie des probabilités : espérance conditionnelle, vecteurs gaussiens. La deuxième partie présente une des principales familles de processus stochastiques en temps discret les chaînes de Markov. Il s'agit de suites de variables aléatoires dépendantes, dont la relation de dépendance est relativement simple puisque chaque variable ne dépend que de la précédente. Il s'agit également d'un outil de modélisation très puissant. On étudiera les principales propriétés de ces processus, ainsi que leur comportement en temps long et l'estimation de leurs paramètres.

Objectifs

Les objectifs du cours sont

- être capable de faire des calculs d'espérance et de lois conditionnelles

- être capable de modéliser une expérience par une chaîne de Markov

- être capable de calculer les grandeurs d'intérêt (probabilité et temps d'atteinte de certains événements)

- être capable de déterminer le comportement asymptotique du processus.

Pré-requis nécessaires

Cours de probabilité de niveau L3 : variables et vecteurs aléatoires, modes de convergence des suites de variables aléatoires, convergence des suites variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées. (+ fonction caractéristique si vecteurs gaussiens)

Algèbre linéaire : calcul matriciel, éléments propres, résolution de systèmes linéaires, suites récurrentes linéaires

Pré-requis recommandés : Théorie de la mesure

Syllabus

1 Mesurabilité

1.1 Tribus .

1.2 Processus aléatoires

1.3 Filtration

1.4 Temps d’arrêt

2 Espérance conditionnelle

2.1 Probabilité conditionnelle par rapport à un événement

Informations non contractuelles.
Dernière mise à jour le 07 décembre 2023

2.2 Espérance conditionnelle par rapport à une tribu .

2.3 Espérance conditionnelle et indépendance .

2.4 Lois conditionnelles

3 Chaînes de Markov

3.1 Matrices stochastiques

3.1.1 Définition et représentation graphique

3.1.2 Classes communicantes

3.1.3 Périodicité

3.2 Processus de Markov

3.2.1 Définition d'une chaîne de Markov

3.2.2 Propriété de Markov

3.3 Problèmes de passage

3.4 Classification des chaînes de Markov

3.4.1 Récurrence et transience

3.4.2 Lien avec la structure de classes

3.5 Comportement asymptotique

3.5.1 Loi invariante

3.5.2 Convergence vers la loi invariante

3.5.3 Théorème ergodique

3.5.4 Statistique des chaînes de Markov

Informations complémentaires

Volumes horaires :

CM : 21

TD : 21

TP :

Terrain :

Infos pratiques

Contacts

Responsable pédagogique

Xavier Bry

+33 4 67 14 35 78

xavier.bry@umontpellier.fr

Responsable pédagogique

Elodie Brunel-piccinini

+33 4 67 14 41 64

elodie.brunel-piccinini@umontpellier.fr

Informations non contractuelles.
Dernière mise à jour le 07 décembre 2023