Algèbre II, espaces vectoriels et applications linéaires

ECTS
6 crédits

Composante
Faculté des Sciences

Volume horaire
60h

Présentation

Description

Cette fait suite à l'UE de S1 (Algèbre I) où ont été introduits algèbre linéaire dans R^2, R^3 et Rn, calcul matriciel et polynômes à coefficients réels.

L'objectif est d'introduire quelques concepts élémentaires de structure algébrique, et approfondir le travail sur les espaces vectoriels et les applications linéaires, ainsi que les polynômes.

Objectifs

- Les structures en algèbre

* Loi de composition interne sur un ensemble
* Notion d'associativité, de commutativité, d'élément neutre, d'inverse
* Notion de groupe, d'anneau et de corps
* Calcul dans un anneau. Identités remarquables et formule du binôme.
* Exemples (**C** est un corps, racines de l'unité, groupe des permutations, anneau des polynômes et des endomorphismes/matrices, groupe des automorphismes/matrices inversibles et sous-groupe des isométries, etc.)

- La structure d'espace vectoriel

* Structure d'espace vectoriel sur un corps **K**. Cas **R**n et **C**n, espace des suites réelles, espace des fonctions numériques
* Combinaisons linéaires et colinéarité
* Sous-espace vectoriel, sous- espace vectoriel engendré par une partie familles génératrices, familles libres, bases, dimension, théorème de la base incomplète et de l'échange
* Somme et somme directe de sous-espaces, supplémentaire.
* Rang d'une famille de vecteurs
* Formule de Grassmann

- Applications linéaires

* Noyau et image
* Correspondance application linéaire matrice avec toutes les propriétés usuelles.
* Changement de base
* Invariance de la trace par changement de base et définition de la trace d'un endomorphisme, tr(uv)=tr(vu).
* Isomorphisme et application linéaire réciproque. Groupes GL(E) et GL(n).
* Projection, symétrie, homothétie
* Rang d'une application linéaire, rang d'une matrice. Théorème du rang. Invariance du rang par composition/multiplication par des matrices inversibles
* Forme échelonnée réduite d'une matrice, opérations élémentaires
* Retour sur les systèmes linéaires, lien rang d'une matrice/nombre de pivots de sa forme échelonnée réduite, dimension du noyau/nombre de variables libres

- Polynômes

* Retour sur **K**[X], vu comme espace vectoriel
* Cas de **K**n[X] : changement de bases, décomposition des polynômes dans des bases du type 1,X-a,(X-a)2...
* Preuve de a racine de P ssi il existe Q tel que P=(X-a)Q

* Formule de Taylor, caractérisation de la multiplicité des racines
* Polynômes interpolateur de Lagrange
* Substitution de l'indéterminée

Pré-requis nécessaires

Programme de mathématiques du S1, et en particulier Algèbre I, Géométrie dans le plan et plan complexe, et Raisonnement et théorie des ensembles.

Pré-requis recommandés :

Programme de mathématiques du S1.

Informations complémentaires

Volumes horaires :

CM : 30 h

TD : 30 h

TP : 0

Terrain : 0

Infos pratiques

Contacts

Responsable pédagogique

Simon MODESTE

04 67 14 35 80

simon.modeste@umontpellier.fr