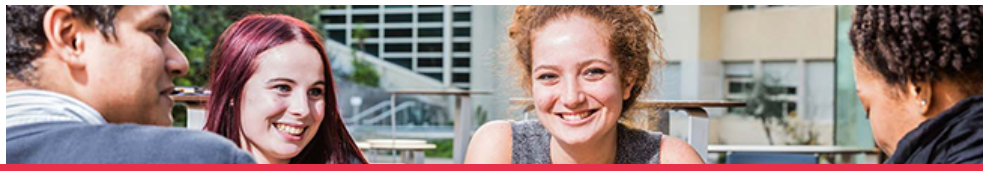

Algèbre III Réduction des endomorphismes

ECTS
6 crédits

Composante
Faculté des Sciences

Présentation

Description

Ce cours abordera les notions de groupe symétrique, déterminants et traitera de la réduction des endomorphismes en dimension finie (jusqu'à la forme de Jordan) et de ses applications. C'est un premier pas vers l'analyse spectrale.

Objectifs

Groupe symétrique

Notion de groupe, groupe des bijections de X, groupe S_n. Décomposition en produit de cycles à supports disjoints. Ordre d'une permutation. Transpositions et morphisme de signature.

Déterminants:

Forme n-linéaire alternée (lien avec le volume des parallélogrammes/parallélépipèdes). Déterminant d'une famille de vecteurs, d'une matrice, d'un endomorphisme. Annulation du déterminant. Multiplicativité. Déterminant et matrice transposée. Développement par rapport à ligne ou colonne. Co-matrice et formule de Cramer. Déterminant de matrices par blocs.

Ré-interprétation de l'algorithme du pivot de Gauss: les matrices (I+E_ij) et les permutations engendrent GL(E). Calcul du déterminant par pivot de Gauss.

Réduction des endomorphismes:

Rappels: changement de bases et matrice de passage, sommes directes de sous-espaces vectoriels, sous-espaces stables et matrices diagonales par blocs.

Vocabulaire propre: valeurs, vecteurs, sous-espaces. Spectre. Polynôme caractéristique.

Endomorphisme-matrice diagonalisable-trigonalisable. Caractérisations par le polynôme caractéristique.

Espaces caractéristiques, lemme des noyaux emboités, endomorphismes nilpotents.

Polynômes d'endomorphismes:

Morphisme d'évaluation. Polynôme minimal d'un endomorphisme. Théorème de Cayley-Hamilton (par exemple via les matrices compagnons).

Lemme des noyaux. Caractérisation de diagonalisable-trigonalisable par le polynôme minimal.

Décomposition de Dunford. Réduction de Jordan.

Applications: calcul des puissances d'une matrice, suite récurrentes linéaires, systèmes d'équations différentielles linéaires homogènes.

Pré-requis nécessaires

algèbre linéaire de L1 (HAX102X et HAX202X) et HAX104X – Géométrie dans le plan et le plan complexe

Informations non contractuelles.
Dernière mise à jour le 22 février 2023

Pré-requis recommandés : L1 maths

Informations complémentaires

Volumes horaires :

CM : 30

TD : 30

TP :

Terrain :

Infos pratiques

Contacts

Responsable pédagogique

Vanessa LLERAS

Vanessa.Lleras@univ-montp2.fr

Informations non contractuelles.
Dernière mise à jour le 22 février 2023