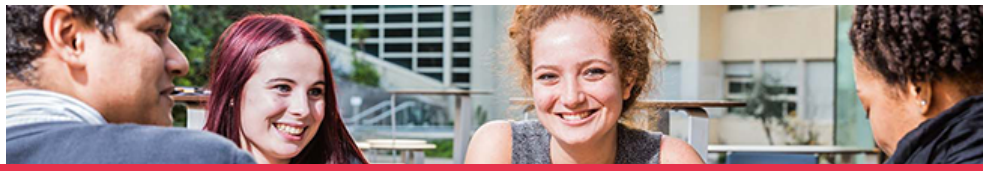

Arithmétique et dénombrement

ECTS
6 crédits

Composante
Faculté des Sciences

Présentation

Description

Cette UE vise à présenter les concepts élémentaires d'arithmétique et de dénombrement utiles pour le début de la licence en mathématiques.

Objectifs

Dénombrement élémentaire

* Cardinal d'un ensemble fini. Cardinal et opérations ensemblistes. Cardinal et applications injectives, surjectives, bijectives. Cardinal d'un ensemble d'applications. Nombre de parties d'un ensemble. Fonction indicatrice.
* Introduction aux cardinaux infinis. Bijection entre ensembles. Dénombrabilité. Argument diagonal de Cantor. X et P(X) n'ont pas le même cardinal. **R** est indénombrable.
* Arrangements, permutations, combinaisons (coefficients binomiaux), triangle de Pascal, formule du binôme.
* Formule du crible générale (application au dénombrement des dérangements, des surjections, etc.).
* Relation binaire sur un ensemble. Relation d'équivalence, partition en classes d'équivalence, quotient d'un ensemble par une relation d'équivalence (exemples sur des ensembles déjà connus). Relation d'ordre, partiel, total, exemples.
* Applications à des exemples de probabilités élémentaires finies (nombre de cas favorables/nombre de cas total)

Arithmétique élémentaire dans **Z**

* Nombres entiers, écriture dans une base.
* Divisibilité, nombres premiers (infinitude, algorithme du crible). Division euclidienne (algorithme d'Euclide).
* PGCD et PPCM. Théorème de Bézout (et algorithme d'Euclide étendu), nombres premiers entre eux, lemme d'Euclide, lemme de Gauss. Équations diophantiennes ax + by = c. Décomposition en produit de nombres premiers. Application : pour n # **N**, est soit un entier soit irrationnel.
* Arithmétique modulaire (congruences). Petit théorème de Fermat. Théorème chinois des restes.
* Étude de **Z**/n**Z**, vu comme anneau. Inversibles, **Z**/n**Z** est un corps si et seulement si n est premier. Réinterprétation du théorème de Bézout. Réinterprétation du petit théorème de Fermat (définition de l'indicatrice d'Euler, théorème d'Euler). Réinterprétation du théorème chinois des restes.
* Illustration par la cryptographie.

Pré-requis nécessaires

Programme de mathématiques du S1 (principalement Raisonnement et théorie des ensembles) et programmes de mathématiques du lycée (a minima spécialité mathématiques de première)

Pré-requis recommandés :

Programme de mathématiques du S1 (principalement Raisonnement et théorie des ensembles) et programmes de mathématiques du lycée (idéalement spécialité

Informations non contractuelles.
Dernière mise à jour le 01 mars 2023

mathématiques de terminale, voire option mathématiques expertes.)

Informations complémentaires

Volumes horaires* :

CM : 30 h

TD : 30 h

TP : 0

Terrain : 0

Infos pratiques

Contacts

Responsable pédagogique

Simon MODESTE
04 67 14 35 80
simon.modeste@umontpellier.fr

Informations non contractuelles.
Dernière mise à jour le 01 mars 2023