



# Algèbre et Analyse 1



ECTS  
crédits



Composante  
Faculté des  
Sciences



Volume horaire  
99.0



Période de  
l'année  
Automne

## Présentation

### Description

#### Généralités

##### I/ Ensembles et applications

- 1) Notions de base sur les ensembles (définition intuitive, égalité, ensemble vide, inclusion, définition par extension, en compréhension, paramétrique).
- 2) Opération ensemblistes (ensemble des parties, union, intersection, complémentaires), produit cartésien.
- 3) Notion de base sur les applications (définition intuitive, définition formelle, image et préimage d'une partie, graphe, composition, injections, surjections, bijections, restrictions).

##### II/ Quelques méthodes de démonstration :

Implication, équivalence par double implication (égalité d'ensemble par double inclusion...), démonstration par l'absurde, contraposée, démonstration par récurrence.

#### Algèbre Linéaire

##### I/ Géométrie élémentaire de $R^2$ et $R^3$ :

- 1) Droites du plan et de l'espace (lien entre définition par point + vecteur non-nul et définition par équations

linéaires), plans de l'espace (lien entre définition par point + combinaisons linéaires de deux vecteurs non colinéaires et équation linéaire).

- 2) Produit scalaire dans  $R^2$ ,  $R^3$ , produit vectoriel et orientation.
- 3) Isométries de  $R^2$ ,  $R^3$ ; homothéties, rotations, similitudes, symétries, projections.
- 4) Interprétation géométriques des nombres complexes : conjugaison,  $z\#z+a$ ,  $z\#uz+w$ .

##### II/ Matrices à coefficients réels ou complexes et Vecteurs.

Calcul matriciel : produit matriciel, produit matrice par vecteur colonne (resp. vecteur ligne par matrice) = combinaison linéaire de colonnes (resp. combinaison de ligne), inversion, transposition. Trace d'une matrice,  $tr(AB)=tr(BA)$ .

Opérations élémentaires et description par multiplication par des matrices élémentaires. Méthode du pivot de Gauss pour inverser une matrice. Systèmes linéaires à coefficients réels ou complexes (en exercices, on pourra préparer à la notion de dimension à travers la recherche du nombre minimal de paramètres nécessaires pour décrire complètement l'ensemble des solutions d'un système linéaire, mais aucune théorie ne sera présente).

Applications linéaires de  $R^n$  dans  $R^p$  définies comme multiplication d'une matrice par un vecteur. Préservation de la colinéarité, des combinaisons linéaires. Lien avec les systèmes linéaires. Noyau, injectivité. Exemples ; écriture matricielle de transformations géométriques usuelles de  $R^2$



et de  $\mathbb{R}^3$  (en lien avec l'écriture matricielle des nombres complexes). (On pourra faire quelques changements de base en exercice mais aucune théorie sur ce sujet ne sera présente dans le cours).

## Analyse

### I/ Nombres réels

- 1) Les ensembles usuels de nombres
- 2) max et sup d'une partie
- 3) Les réels
- 4) Densité des rationnels et des décimaux

### II/ Limite, continuité et dérivabilité de fonctions réelles

- 1) Définitions
- 2) Opérations sur les limites
- 3) Convergence des fonctions monotones
- 4) Comparaison de fonctions
- 5) Continuité en un point
- 6) Continuité sur un intervalle
- 7) Théorème des valeurs intermédiaires
- 8) Taux d'accroissement et dérivée
- 9) Opération sur les dérivées
- 10) Théorème de Rolle (en admettant le fait qu'une fonction continue atteint ses bornes sur un intervalle fermé borné) et Théorème des accroissements finis

### III/ Quelques fonctions usuelles (applications en calculus)

- 1) Fonction puissance
- 2) Exponentielle et logarithme

### 3) Fonctions trigonométrique et leur réciproque

Calculus

Dénombrement

Identités remarquables

Dérivées, primitives

Calcul d'intégrales

Etude de fonctions

Nombres complexes

Equations différentielle du premier ordre